Les 1: Gelijknamige breuken optellen

Voorbereiding op de les

Timing

50 min.

Organisatie / voorbereiding

- Voorzie Bijlage 2: 'Werkblad Gelijknamige breuken optellen – We doen het samen' voor elke leerling (recto – verso).
- Voorzie Bijlage 3: 'Werkblad Gelijknamige breuken optellen – Ik doe het zelf' voor elke leerling (recto – verso).

Materiaal

- Grote papieren cirkel, lat en alcoholstift
- Bijlage 1: PPT - Gelijknamige breuken optellen
- Bijlage 2: Werkblad - Gelijknamige breuken optellen - We doen het samen
- Bijlage 2: Werkblad - Gelijknamige breuken optellen - We doen het samen_correctiesleutel
- Bijlage 3 Werkblad - Gelijknamige breuken optellen – Ik doe het zelf
- Bijlage 3: Werkblad - Gelijknamige breuken optellen – Ik doe het zelf_correctiesleutel
- Bijlage 4: Kenniskapstok bewerkingen met breuken - Optellen

Belangrijke rekentaal

- (Stam)breuk
- Breukstreep, teller, noemer, het geheel
- Gelijknamige breuken
- Termen, plusteken, som
- Rechthoek, strook, cirkel
- De helft, een kwart

Lesdoelen

1. Rekentaal m.b.t. breuken correct hanteren
2. Optellingen met breuken schematisch voorstellen
3. Gelijknamige breuken optellen
4. De verworven rekenregel schematisch structureren in een overzicht

Minimumdoelen (Juni 2025)

- 2.1.18 De leerlingen kunnen (bij) breuken waarbij de noemer beperkt is tot en met 20 of breuken die te vereenvoudigen zijn tot deze breuken:
    - lezen met zowel schuine (3/4) als horizontale ($\frac{3}{4}$) breukstreep;
    - vereenvoudigen en gelijknamig maken waarbij naar eenvoudige breuken wordt gestreefd.
- 2.2.23 De leerlingen kennen een schematische voorstelling voor de oplossingsstrategie van optellen/aftrekken met breuken.
- 2.2.24 De leerlingen kunnen bij breuken waarbij de noemer beperkt is tot en met 20 of breuken die te vereenvoudigen zijn tot deze breuken:
    - gelijknamige en ongelijknamige breuken optellen en aftrekken.
- 2.6.2 De leerlingen kunnen met natuurlijke getallen tot en met 1 000 (of grotere getallen met eindnullen), decimale getallen (tot op 1 honderdste) en breuken (noemer tot en met 20 of breuken die te vereenvoudigen zijn tot deze breuken): vraagstukken oplossen over:
    - de bewerkingen met (enkelvoudige vraagstukken):
        - decimale getallen en breuken voor optellen en aftrekken.

Situering in de leerlijn

1. **Gelijknamige breuken optellen**
    a. **Activeren relevante voorkennis**
    b. **Ontdekken van zinvolle schematische voorstellingen**
    c. **Optellen van gelijknamige breuken**

    Noot: Het doel van deze les is het inzichtelijk aanbrengen van het optellen van gelijknamige breuken. Dit doen we door *de bewerking schematisch voor te stellen. Nadat we verschillende voorbeelden schematisch hebben uitgewerkt, leiden we de rekenregel af. Die passen we toe op nieuwe opgaven, die we controleren met de schematische voorstelling.*
    We kiezen voor een variatie in modellen: het strookmodel, het rechthoekmodel en het cirkelmodel (oppervlaktemodellen). Elke situatie wordt met een andere schematische voorstelling ondersteund. Uiteraard kan je in elk voorbeeld ook een van de andere modellen kiezen als voorstelling.

    Noot: In deze les zitten geen breuken waarbij de teller groter is dan de noemer aangezien dit afhangt van de leerlijn getallenkennis. Je kan uiteraard dergelijke voorbeelden toevoegen indien gekend.

2. Gelijknamige breuken aftrekken
3. Ongelijknamige breuken optellen
4. Ongelijknamige breuken aftrekken
5. Verwerkingsles optellen en aftrekken met breuken
6. Herhalingsles optellen met breuken
7. Herhalingsles aftrekken met breuken
8. Vermenigvuldigen met breuken (natuurlijk getal x breuk en omgekeerd)
9. Vermenigvuldigen met breuken (breuk x breuk)
10. Verwerkingsles optellen, aftrekken en vermenigvuldigen met breuken
11. Delen met breuken (deler is geen breuk)
12. Delen met breuken (deler is een breuk)
13. Verwerkingsles bewerkingen met breuken

Lesverloop

Instap: Activeren relevante voorkennis

Lesdoel: 1

Timing: 10 min.

PowerPoint dia 2.

Denk: Je noteert de breuk $\frac{1}{4}$ op het bord en geeft de leerlingen 1 minuut de tijd om op een kladblad zoveel mogelijk te noteren van wat ze over deze breuk weten.

Vergelijk: Na 1 minuut laat je de leerlingen per twee vergelijken wat ze noteerden. Ze mogen hun nota's aanvullen of verbeteren. Hiervoor krijgen ze 2 minuten.

Deel: Nu duid je één willekeurige leerling aan om te vertellen wat die noteerde. Jij noteert aan het bord en de leerlingen mogen hun notities aanvullen, eventueel in een andere kleur. Indien nodig laat je ook nog andere leerlingen aan het woord om het bordschema aan te vullen.

Indien volgende zaken niet door de leerlingen worden aangebracht, is het belangrijk dat je deze nog uitlegt en op het bord zet:

- Teller: zegt je hoeveel gelijke delen je neemt.
- Noemer: zegt je in hoeveel gelijke delen je het geheel verdeelt.
- Breukstreep: vertelt je dat je in gelijke delen verdeelt.
- De breuk: bestaat uit een teller, noemer en breukstreep.
- Stambreuk: een breuk met teller 1.
- 1 van de 4 gelijke delen.
- Één vierde.
- Een kwart.
- Gelijknamige breuken: breuken met dezelfde noemer, vb. $\frac{1}{4}$ en $\frac{3}{4}$.

PowerPoint dia 3.

We gaan rekenen met breuken.

- Welke bewerkingen kennen we allemaal? (Optellen, aftrekken, vermenigvuldigen en delen.)
- In deze vier bewerkingen met breuken gaan we ons verdiepen.
- Het doel van vandaag is om breuken op te tellen. Je ziet in het overzicht al dat we het gaan hebben over twee types optellingen, namelijk het optellen van gelijknamige breuken en het optellen van ongelijknamige breuken.
  Wat is het verschil tussen de twee? (Gelijknamige breuken hebben dezelfde noemer, ongelijknamige breuken hebben een verschillende noemer.)
- Op het einde van de les gaan we na of jullie gelijknamige breuken kunnen optellen.

PowerPoint dia 4.

- Wat wil dat zeggen, optellen? (Ik ga twee termen, getallen, breuken bij elkaar voegen.)
- Hier zie je een voorbeeld van een optelling.
  Hoe noemen we deze breuken in de optelling? (De termen.)
- Hoe noemen we het resultaat van een optelling? (De som.)
- Welk teken zegt dat we een optelling maken? (Het plusteken.)

Kern

Lesdoel: 2, 3 en 4

Timing: 20 min.

1. Ontdekken van zinvolle schematische voorstellingen

IK DOE HET VOOR

Je noteert de volgende bewerking op het bord:

$\frac{1}{4} + \frac{1}{4} =$

- Deze breuken ga ik optellen. Het zijn gelijknamige breuken want ze hebben dezelfde noemer.

Werk eerst de optelling uit m.b.v. een grote papieren cirkel, lat en alcoholstift.
Verzamelen de leerlingen rond een demonstratietafel als de werkwijze niet voldoende zichtbaar zou zijn.

- Ik ga de optelling voorstellen. Als **geheel** kies ik een cirkel. Deze papieren cirkel is het geheel.
- Ik stel nu de **eerste term** voor: $\frac{1}{4}$.
- Ik verdeel het geheel in 4 gelijke delen want de noemer is 4. Ik vouw de cirkel dubbel, zo heb ik hem al in 2 gelijke delen verdeeld. Dan vouw ik de helften nog eens dubbel. Het geheel is zo in 4 gelijke delen verdeeld, elk deel is een kwart van de cirkel. Het zijn ook écht gelijke delen want ik kan ze alle vier op elkaar vouwen, zo kan ik het duidelijk zien.

Overtrek de vouwlijnen met alcoholstift en een lat, zo zie je duidelijk de 4 gelijke delen wanneer je de cirkel terug openvouwt.

- Ik kleur 1 van de 4 gelijke delen of $\frac{1}{4}$ want de teller is 1. *(Kleur een kwart van de cirkel snel in, bijv. met een dikke fluostift).*
- Ik ga **optellen**, dus bijvoegen (dat zie ik aan het plusteken). Ik stel nu de **tweede term** voor.
- De tweede term is ook $\frac{1}{4}$. Ik kleur in een ander kleur opnieuw 1 van de 4 gelijke delen. *(Kleur opnieuw een kwart van de cirkel in, maar met een andere kleur).*
- De **som** van $\frac{1}{4}$ en $\frac{1}{4}$ is hoeveel we samen hebben. Ik omkring de beide termen. Ik zie dat de som dus 2 van de 4 gelijke delen of $\frac{2}{4}$ is. (*Omtrek met een rode alcoholstift de rand van beide delen, zie PPT).*
- Als ik een kwart optel bij een ander kwart, dan heb ik de helft. Ik kan de som $\frac{2}{4}$ immers vereenvoudigen tot $\frac{1}{2}$. Ik zie de helft ook duidelijk in de tekening. *(Demonstreer door opnieuw dubbel te vouwen indien nodig.)*
- Wie van jullie kan nog eens verwoorden hoe je deze twee breuken bij elkaar kan optellen?

PowerPoint dia 5.

Je laat een leerling de oplossingswijze voor $\frac{1}{4}+\frac{1}{4}$ nog eens verwoorden. Let erop dat deze leerling de juiste verwoording gebruikt zoals hierboven omschreven. Ondersteun de verwoording m.b.v. de PPT (dia 5).

Nadien laat je de leerlingen de tekening met oplossing overnemen op het werkblad (Bijlage 2: 'Werkblad - Gelijknamige breuken optellen - We doen het samen'). In de PPT is doelgericht gebruik gemaakt van kleuren, indien gewenst kan je dit ook laten doen door de leerlingen.

WE DOEN HET SAMEN

PowerPoint dia 6.

Je noteert de volgende bewerking op het bord:

$\frac{2}{5}+\frac{1}{5}=$

- Wat valt je op aan deze breuken? (Ze hebben dezelfde noemer, ze zijn gelijknamig.)
- Wat moeten we met deze breuken doen? (We moeten ze optellen.)
- Hoe weet je dat? (Er staat een plusteken tussen.)
- Hoe kunnen we dit schematisch voorstellen? (Door een tekening te maken van de bewerking).

Werk nu samen met de leerlingen deze optelling uit, leerlingen werken mee op het werkblad (Bijlage 2: 'Werkblad - Gelijknamige breuken optellen - We doen het samen'). We kiezen hier voor het strookmodel, om voldoende variatie in modellen te voorzien. Het voordeel van een strookmodel is dat dit makkelijker te tekenen en te verdelen is dan een cirkelmodel.

Ik kies er nu voor om de bewerking voor te stellen met een strook i.p.v. een cirkel. We tekenen dus een strook die ons geheel voorstelt.

- Wat is het **geheel**? (De volledige strook is ons geheel).
- In hoeveel gelijke delen is ons geheel verdeeld? Hoe weet je dat? (Het geheel is in 5 gelijke delen verdeeld. Dit weten we omdat de noemer 5 is.)
- Welk deel van het geheel is de **eerste term**? (2 van de 5 gelijke delen of $\frac{2}{5}$.)
- Hoe stellen we dit voor? (Ik verdeel het geheel in 5 gelijke delen en neem/kleur er 2.)
- Op jullie werkblad staat er al een **strook** voor jullie getekend. Dat is het geheel. Verdeel nu het geheel in 5 gelijke delen. Kleur dan 2 gelijke delen zoals de teller van de eerste term aangeeft.
- Welk deel komt er nadien bij? (1 van de 5 gelijke delen of $\frac{1}{5}$, dat is de tweede term.)
- Hoe stellen we dit deel voor? (Ik neem/kleur nog 1 van de 5 gelijke delen.)
- Hoeveel hebben we nu samen? Wat is de **som** van $\frac{2}{5}$ en $\frac{1}{5}$? (3 van de 5 gelijke delen of $\frac{3}{5}$.)
- Wie van jullie kan nog eens verwoorden hoe je deze twee breuken bij elkaar kan optellen?
  Je laat een leerling de oplossingswijze voor $\frac{2}{5}+\frac{1}{5}$ nog eens verwoorden. Let erop dat deze leerling de juiste verwoording gebruikt zoals hierboven omschreven.

JULLIE DOEN HET SAMEN

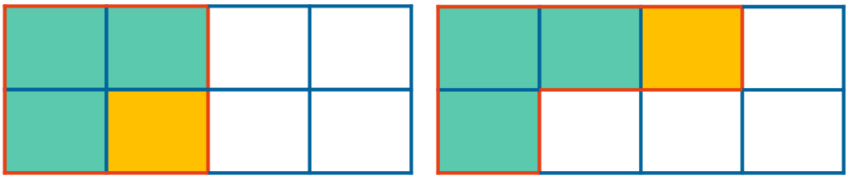
Je laat de leerlingen de volgende oefening op het werkblad zelfstandig uitvoeren op dezelfde manier. Deze keer kiezen we voor een rechthoekmodel, het is handig als je de rechthoek verticaal in 4 gelijke delen verdeelt en horizontaal in 2 gelijke delen.
Nadien laat je één willekeurige leerling deze oefening klassikaal uitleggen. Belangrijk hierbij is dat deze leerling dezelfde termen hanteert als de leerkracht.
De andere leerlingen verbeteren hun oplossing.

PowerPoint dia 7.

$\frac{3}{8} + \frac{1}{8} =$

- Ik teken een rechthoek, dat is het geheel.
- Ik verdeel het geheel in 8 gelijke delen, want dat is onze noemer.
- De eerste term is $\frac{3}{8}$ van het geheel. Ik kleur 3 van de 8 gelijke delen.
- Ik voeg nog $\frac{1}{8}$ toe door 1 extra deel te kleuren.
- In totaal heb ik nu 4 van de 8 gelijke delen gekleurd, ik heb dus $\frac{4}{8}$ of $\frac{1}{2}$ in totaal. Dat is de som.

Tip: Kleur als leerkracht slim in. Zo passen onderstaande tekeningen allebei bij de optelling $\frac{3}{8} + \frac{1}{8}$, maar je ziet niet in elke afbeelding even goed dat je de som $\frac{4}{8}$ nog kan vereenvoudigen tot $\frac{1}{2}$. Dit is belangrijk om in het achterhoofd te houden wanneer je als leerkracht schematische voorstellingen op bord tekent.



2. Gelijknamige breuken optellen

REKENREGEL AFLEIDEN

PowerPoint dia 8.

- Als we nu de gemaakte optellingen bekijken, wat hebben we dan telkens gedaan? (We hebben steeds twee gelijknamige breuken opgeteld.)
- Wat merk je op bij de tellers als je alle bewerkingen bekijkt? (Die werden opgeteld.)
- Wat merk je op bij de noemers als je alle bewerkingen bekijkt? (Die bleven steeds dezelfde.)
- Wat deden we op het einde met onze breuk $\frac{2}{4}$ of $\frac{4}{8}$? (We vereenvoudigden de som tot gelijkwaardige breuk $\frac{1}{2.}$)

Dit is een rekenregel die we kunnen afleiden uit onze voorbeelden. Om er zeker van te zijn dat deze écht bij alle optellingen werkt, gaan we dit nog een keer nagaan bij een nieuw voorbeeld.
Gebruik de rekeregel bij het oplossen van de volgende optelling: $\frac{4}{11} + \frac{5}{11} =$

- Je telt de tellers bij elkaar op: 4 + 5 = 9. Dat is de teller van de som.
- De noemer blijft gelijk. De noemer van de som is dus ook 11.
- De som van $\frac{4}{11}$ en $\frac{5}{11}$ is $\frac{9}{11}$ en kan ik niet meer vereenvoudigen.

Controleer nu of deze rekenregel tot de juiste som leidt, door de optelling voor te stellen in een schema.
Laat de leerlingen verwoorden hoe ze deze controle gaan schematiseren.

- Ik teken een strook als geheel.
- Ik verdeel de strook in 11 gelijke delen, want 11 is onze noemer.
- Ik kleur 4 gelijke delen, want 4 is de teller van mijn eerste term.
- Ik voeg 5 gelijke delen toe, want 5 is de teller van mijn tweede term.
- In totaal werden er 4 + 5, dus 9 gelijke delen gekleurd. De som van onze optelling is dus $\frac{9}{11}$.
- Dit komt overeen met de oplossing die we bekomen bij het uitvoeren van onze rekenregel. Gelukkig maar!

3. REKENVERHAAL

PowerPoint dia 9.

Los onderstaand rekenverhaal samen met de leerlingen op aan het bord. De leerlingen doen mee op hun werkblad van bijlage 2. Leg de nadruk op het lezen van het rekenverhaal, het verzamelen van de informatie en het omzetten van die informatie in een bewerking.

In restaurant 'In de puree' maken ze een werkrooster voor de afwasser. Harry werkt $\frac{3}{7}$ van de week. Sofie werkt $\frac{1}{7}$ van de week. Voor welk deel van de week is er al een afwasser voorzien?

- Op welke vraag moeten we een antwoord geven? (Voor welk deel van de week is er al een afwasser voorzien?)
- Welke bewerking moeten we uitvoeren? (Optellen.)
- Hoe weet je dit? (We zoeken een totaal van twee delen. We gaan deze delen moeten samenvoegen en samenvoegen = optellen.)
- Welke gegevens moeten we dan samenvoegen? (De delen van de week waarvoor er al een afwasser is: $\frac{3}{7}$ en $\frac{1}{7}$.)
- Welke bewerking krijgen we dan? ($\frac{3}{7} + \frac{1}{7}$)
- Wat is daarvan de som? ($\frac{4}{7}$)

Vraag de leerlingen hoe ze dit oplossen. Hebben ze de rekenregel gebruikt of hebben ze een tekening gemaakt? Beide werkwijzen zijn correct.

- Kunnen we deze breuk nog vereenvoudigen? (Neen.)
- Wat moeten we nu nog doen om ons rekenverhaal correct af te werken? (Een antwoord formuleren.)
- Er is al een afwasser voorzien voor $\frac{4}{7}$ van de week.

Verwerking

Lesdoel: 1, 2, 3 en 4

Timing: 15 min.

PowerPoint dia 10 - 14.

JE DOET HET ZELF

De leerlingen gaan zelfstandig aan de slag met Bijlage 3 'Werkblad - Gelijknamige breuken optellen – Ik doe het zelf'. Ze kiezen zelf of ze de oefeningen maken met behulp van een tekening of aan de hand van de rekenregel. Verbeter indien mogelijk het rekenverhaal klassikaal. **Let op:** de voorstellingen bij de oplossingen in de PPT zijn maar één van de mogelijke tekeningen. Je kan immers een ander model kiezen of anders verdelen… Belangrijk is dat het geheel duidelijk is, dat je beide termen kan zien en dat de som duidelijk is. De noemer van de (niet-vereenvoudigde) som is zichtbaar als het aantal gelijke delen waarin je geheel is verdeeld. Als een tekening daaraan voldoet, dan is ze juist!

Leerlingen die het nog moeilijk hebben sluiten aan bij de mini-klas waar de je extra instructie kan geven.

Afsluiter

Lesdoel: 1

Timing: 5 min.

PowerPoint dia 15 en 16.

Aan de hand van de kenniskapstok ga je nu klassikaal de les herhalen.

- Wat hebben we vandaag geleerd? (We hebben geleerd hoe we gelijknamige breuken kunnen optellen.)
- Welke rekenregel of werkwijze kunnen we daarbij toepassen?
    - We tellen de tellers op.
    - De noemers blijven gelijk.
    - We vereenvoudigen de som als dat mogelijk is.
- Wat kan ik altijd doen als ik de rekenregel niet (meer) weet? (Een schematische voorstelling maken.)
- Wat kan ik als geheel kiezen? (Eigenlijk alle vormen, maar een strook, cirkel of rechthoek zijn wel handig om in gelijke delen te verdelen.)
- Waarover zou de volgende les kunnen gaan? (Optellen van ongelijknamige breuken of aftrekken van gelijknamige breuken).

Overloop samen met de leerlingen de kenniskapstok aan de hand van de PPT. Die kan je ook als onthoudboekje aanbieden aan de leerlingen. In Bijlage 4: 'Kenniskapstok' vind je een mogelijke opbouw van dit onthoudboekje.
Elke (type) bewerking komt hier afzonderlijk aan bod. Dit geeft je de mogelijkheid om te selecteren welke leerling nood heeft aan welk onthoudblaadje.

Tijd over?

Laat leerlingen die eerder klaar zijn op steekkaartjes schematische voorstellingen tekenen, op dezelfde manier als in de PPT. Op de achterkant noteren ze de bewerking met oplossing. Deze kaartjes kan je in een trekpot steken, inzetten om snel schematische voorstellingen te lezen en interpreteren …

Bijvoorbeeld:

Voorkant	Achterkant
	$\frac{3}{8}+\frac{1}{8}=\frac{4}{8}=\frac{1}{2}$

Je kan de leerlingen ook rekenverhalen laten verzinnen en de oplossing laten noteren op de achterzijde (abstracte notatie én schematische voorstelling ter ondersteuning).

Toevoegingen aan het lesverloop

Bouwstenen

- Activeer relevante voorkennis
- Geef duidelijke, gestructureerde en uitdagende instructie
- Gebruik voorbeelden
- Combineer woord en beeld
- Laat leerstof actief verwerken
- Zorg voor afwisseling in oefentypes
- Leer je leerlingen effectief leren

Differentiatie

- Leerlingen die een spiekkaart nodig hebben, kunnen de hulpkaarten van de kenniskapstok gebruiken bij het oplossen van de oefeningen en het spel.
- Tempodifferentiatie: zie hierboven bij 'tijd over?'

Bronnen

- Bronselaer, M. B., De Gendt, J. D. G., De Maesschalck, K., Smits, F. S., Van Den Bulcke, S. V. d. B., Verstocken, T. V., & Vranckx, S. V. (2021). *Wiskunde = Wijs: Inhoud en didactiek voor de lagere school.* (3de editie). Owl Press.
- GO! Pro. (z.d.). Wiskunde - LO. In *GO! Pro Kennisplatform Voor De GO! Professional*. Geraadpleegd op 16 februari 2024, van https://pro.g-o.be/blog/Documents/Wiskunde%20-%20LO.pdf
- Hawrijk, I., Vermeersch, N., Palmaerts, A., Depaepe, F., & Van Roy, P. (2014). *Breuken, kommagetallen en procenten: Een didactiek voor het basisonderwijs*. Acco.
- *Onderwijsdoelen*. (z.d.-b). https://onderwijsdoelen.be/
- OVSG. (z.d.). *LeerLokaal - Wiskunde*. LeerLokaal. Geraadpleegd op 16 februari 2024, van https://leerlokaal.ovsg.be/
- *Selectietool | ZILL*. (z.d.). Selectietool. https://zill-selector.katholiekonderwijs.vlaanderen/#/
- Surma, T., Vanhoyweghen, K., Sluijsmans, D., Camp, G., Muijs, D., & Kirschner, P. (2019). *Wijze lessen : twaalf bouwstenen voor effectieve didactiek.* Ten Brink Uitgevers. https://research.ou.nl/ws/files/12121456/Wijze_Lessen_digitaal_160919_1.pdf