Les 11: Delen met breuken (Verdelingsdeling)

Voorbereiding op de les

Timing

50 min.

Organisatie / voorbereiding

- Voorzie Bijlage 2: 'Kaartjes instap' zodat elke leerling minstens 1 kaartje heeft. Sommige kaartjes kunnen dubbel uitgedeeld worden.
- Voorzie Bijlage 3: 'Werkblad - Delen met breuken 1- We doen het samen' voor elke leerling.
- Voorzie Bijlage 4: 'Werkblad - Delen met breuken 1- Ik doe het zelf' voor elke leerling.
- Voorzie voor elke leerling een wisbordje.

Materiaal

- Bijlage 1: PPT Delen met breuken (verdelingsdeling)
- Bijlage 2: Kaartjes instap
- Bijlage 3: Werkblad - Delen met breuken 1- We doen het samen
- Bijlage 3: Werkblad - Delen met breuken 1- We doen het samen_correctiesleutel
- Bijlage 4: Werkblad - Delen met breuken 1- Ik doe het zelf
- Bijlage 4: Werkblad - Delen met breuken 1- Ik doe het zelf_correctiesleutel
- Bijlage 5: Kenniskapstok bewerkingen met breuken

Belangrijke rekentaal

- (Stam)breuk, breukstreep, teller, noemer, het geheel
- Gelijkwaardige breuk
- Verdelen in gelijke delen
- Factoren, deelteken, quotiënt, deeltal, deler

Lesdoelen, leerplandoelen en eindtermen

Lesdoelen

1. Gelijkwaardige breuken opstellen
2. Rekentaal correct gebruiken
3. Een breuk delen door een natuurlijk getal, de teller is deelbaar door dat natuurlijk getal (verdelingsdeling)
4. Een breuk delen door een natuurlijk getal, de teller is niet deelbaar door dat natuurlijk getal (verdelingsdeling)
5. De verworven rekenregels schematisch structureren in een overzicht

Minimumdoelen (Juni 2025)

- 2.2.4 De leerling kan betekenisvolle situaties omzetten naar bewerkingen met breuken en procenten.
- 2.2.14 De leerling kent een schematische voorstelling voor de oplossingsstrategie van onderstaande bewerkingen met breuken:
    - breuk : natuurlijk getal;
- 2.2.15 De leerling kan breuken (noemer tot en met 100) vermenigvuldigen en delen.
- 2.6.2 De leerling kan met natuurlijke getallen tot en met 10 000 (of grotere getallen met eindnullen), decimale getallen (tot op 1 duizendste) en breuken (noemers tot en met 100): (samengestelde) vraagstukken oplossen over:
    - De bewerkingen (+, -, x, :) met (samengestelde vraagstukken):
        - decimale getallen, breuken, procenten.

Situering in de leerlijn

1. Gelijknamige breuken optellen
2. Gelijknamige breuken aftrekken
3. Ongelijknamige breuken optellen
4. Ongelijknamige breuken aftrekken
5. Verwerkingsles optellen en aftrekken met breuken
6. Herhalingsles optellen met breuken
7. Herhalingsles aftrekken met breuken
8. Vermenigvuldigen met breuken (natuurlijk getal x breuk en omgekeerd)
9. Vermenigvuldigen met breuken (breuk x breuk)
10. Verwerkingsles optellen, aftrekken en vermenigvuldigen met breuken
11. **Delen met breuken (deler is geen breuk)**
    a. **De teller van de breuk is deelbaar door de deler**
    b. **De teller van de breuk is niet deelbaar door de deler**
    c. **En nu alleen**
12. Delen met breuken (deler is een breuk)
13. Verwerkingsles bewerkingen met breuken

Lesverloop

Instap

Lesdoel: 1 en 2

Timing: 10 min.

Herhaling **gelijkwaardige** breuken

PowerPoint dia 2-3.

Je herhaalt kort het vervangen van een breuk door een **gelijkwaardige** breuk. Deze tussenstap hebben de leerlingen verderop nodig. Leerlingen noteren op een wisbordje.

- Toon de breuk $\frac{4}{6}$.
- Geef een **gelijkwaardige** breuk waarbij de **teller** kleiner is. ($\frac{2}{3}$.)
  Wat heb je met de breuk $\frac{4}{6}$ gedaan? (Ik heb ze vereenvoudigd.)
- Geef een **gelijkwaardige** breuk waarbij de **teller** groter is ($\frac{8}{12}$ of ...)
- Geef een **gelijkwaardige** breuk waarbij de **teller** een veelvoud is van 4 ($\frac{8}{12}$ of ...)

Je bespreekt de oplossingen na met de pijlenvoorstelling op de PPT.
Herneem dit ook nog met een andere breuk naar keuze (dia 3).

Inzicht in begrip delen en herhalen rekentaal.

Geef elke leerling een kaartje uit Bijlage 2: 'Kaartjes instap'. Sommige kaartjes zijn moeilijker dan andere, dus je kan gericht kaartjes uitdelen (Rood = moeilijk, oranje = middel, groen = makkelijk). Elke leerling leest zijn kaartje en noteert de bewerking die erbij hoort (ze moeten de **bewerking niet** proberen **oplossen**). Daarna gaan de leerlingen op zoek naar andere leerlingen met dezelfde bewerking. Uiteindelijk vormen ze zo groepen met 3 verschillende kaartjes. Indien er sommige kaartjes dubbel zijn, zullen er groepjes van meer dan 3 leerlingen gevormd worden.

Voorbeeld van een set van 3:

Het **deeltal** is 1/4. De **deler** is 3. Ik zoek het **quotiënt**. Bewerking: $\frac{1}{4} : 3 = ?$	Ik verdeel 1/4 van een **geheel** in 3 **gelijke delen**. Hoe groot is één deel dan? Bewerking: $\frac{1}{4} : 3 = ?$	1/4 van de taart is over. Ik verdeel dit eerlijk onder 3 vrienden. Welk deel van de taart krijgt elk? Bewerking: $\frac{1}{4} : 3 = ?$

Als alle groepjes gevormd zijn, laat je de leerlingen per groepje verwoorden waarom hun kaartjes bij elkaar horen. Wie juist is gaat zitten en luistert verder naar de verklaring van de andere groepjes.

PowerPoint dia 4.

Vandaag leren we een breuk delen door een natuurlijk getal. Het **deeltal** is dus een breuk, de **deler** niet.

PowerPoint dia 5.

Gebruik de kenniskapstok om te duiden waar we deze les aan werken en waar dit zich situeert in het grotere **geheel**.

Kern

Lesdoel: 2, 3 en 4

Timing: 30 min.

Ter info:

Bijlage 3 is een werkblad waarop de leerlingen mee kunnen verdelen. Het geheel is voorgedrukt. Leerlingen verdelen het geheel en fluoresceren de gelijke delen van het deeltal. Daarover arceren ze met balpen/potlood het deel dat overblijft na delen door de deler. Dezelfde aanpak komt terug in de PPT.

De instructies hiervoor staan in de onderwijsleergesprekken hieronder.

1. De **teller** van de breuk is deelbaar door de **deler**

WE DOEN HET SAMEN

PowerPoint dia 6.

Je toont de bewerking $\frac{2}{5} : 2$. De leerlingen verzinnen per twee een passend rekenverhaal en noteren dit op hun wisbordje of een kladblad.

Je bespreekt de rekenverhalen klassikaal:

- In elk verhaal vertrek je met $\frac{2}{5}$ van een **geheel**. Dat **geheel** kan een strook zijn, een cirkel, een afstand … Heeft iedereen $\frac{2}{5}$ van een **geheel** staan in zijn verhaal? Onderlijn dit in je rekenverhaal.
- In elk rekenverhaal moet je verdelen in 2 **gelijke delen**. Heeft iedereen een situatie waar je in 2 **gelijke delen** moet verdelen? Omkring die woorden in je rekenverhaal.
- Elk rekenverhaal heeft een goede vraag staan. Goede vragen vinden is niet altijd eenvoudig. Wij willen weten hoeveel één van de 2 **gelijke delen** van 2/5 is, of dus hoeveel de helft van 2/5 is. Je hebt dus een vraag nodig als 'Hoe groot is één deel?' of 'Hoeveel is de helft van 2/5'? Heb je een goede vraag staan? Teken dan een smiley na het vraagteken.

Werk nu de bewerking uit aan bord. Leerlingen doen mee op het 'we doen het samen'-werkblad.

- Er staat $\frac{2}{5}$: 2 aan bord. Hoe lees je dit? (Ik heb $\frac{2}{5}$ van een geheel. Dit verdeel ik in 2 gelijke delen. Hoe groot is één deel dan?)
- Wat heb je eerst? ($\frac{2}{5}$ van een geheel.) Dit ga je tekenen. Je tekent eerst een rechthoek. Dat is het geheel. Je moet nu $\frac{2}{5}$ van dit geheel kleuren. Je verdeelt de rechthoek (het geheel) dus in 5 gelijke delen (noemer) en kleurt er 2 (teller)
- Wat moet je doen met $\frac{2}{5}$? (Verdelen in 2 gelijke delen.)
- Heb je daar veel werk aan? (Neen, want er zijn 2 delen gekleurd. Ik kan dus gewoon één van die 2 gelijke delen kiezen. Dat deel arceer ik.)
- Hoeveel is dan het quotiënt van $\frac{2}{5}$: 2? (Eén van de 5 gelijke delen of $\frac{1}{5}$.)
- Je moet hierbij goed kijken naar je geheel. Het geheel is hier de rechthoek. In hoeveel **gelijke delen** is die verdeeld? (Ik zie dat het **geheel** in 5 **gelijke delen** verdeeld is.) Dat is de **noemer** van het **quotiënt**.
- Hoeveel delen heb ik genomen/gearceerd? (Eén van de 5 **gelijke delen.**) De **teller** van het **quotiënt** is dus 1.

JE DOET HET ZELF

PowerPoint dia 7.

- Hoeveel is dan $\frac{4}{5} : 2$?

Elke leerling noteert het antwoord op een wisbordje en steekt dit omhoog.
Laat een leerling verwoorden hoe hij op dit antwoord is gekomen. Wees daarbij alert voor de juiste werkwijze en terminologie zoals hierboven beschreven. Ondersteun de leerling met de voorstelling op de PPT. Leerlingen noteren mee op het 'we doen het samen'-werkblad. Leerlingen die het antwoord fout hadden, volgen straks de verlengde instructie.

JULLIE DOEN HET SAMEN

PowerPoint dia 8 en 9.

De volgende twee oefeningen maken de leerlingen per 2 op het werkblad van bijlage 3.
Ze maken een schets zodat ze nadien kunnen verwoorden vanwaar de oplossing komt, rekening houdend met de verwoording zoals bij de vorige twee oefeningen.
Bespreek na op basis van de PPT en wijs de leerlingen opnieuw op de werkwijze.

REKENREGEL AFLEIDEN

PowerPoint dia 10.

Je bekijkt samen met de leerlingen de delingen en hun **quotiënt**.

- Als je kijkt naar de delingen en de **quotiënten**, kunnen jullie hier een rekenregel in ontdekken?
- Wat gebeurt er moet onze **teller**? (We delen onze **teller** door de **deler**.)
- Wat gebeurt er met onze **noemer**? (Die blijft hetzelfde.)
- We vereenvoudigen het **quotiënt** als het kan.

2. De **teller** van de breuk is NIET deelbaar door de **deler**

WE DOEN HET SAMEN

PowerPoint dia 11.

Je toont de bewerking $\frac{1}{3} : 2$ en bespreekt deze klassikaal.
Lees luidop de deling en wijs op het bord de desbetreffende getallen aan.

- Ik heb … (1) van de … (3) **gelijke delen** van een **geheel**. Die verdeel ik in … (2) **gelijke delen**. Ik neem … (1) van de … (2) **gelijke delen** van $\frac{1}{3}$ of ook de helft van $\frac{1}{3}$.
- Oei. Wat nu? De **teller** is niet deelbaar door 2! Wie heeft er een plan om toch de helft van $\frac{1}{3}$ te vinden?
- **We moeten nog verder verdelen.** Aan de slag!

PowerPoint dia 12.

Je werkt de oefening schematisch uit, de leerlingen tekenen mee op hun werkblad van bijlage 3.

- Wat heb je eerst? ($\frac{1}{3}$ van een geheel.) Je tekent een rechthoek. Dat is het geheel. Je moet nu $\frac{1}{3}$ van dit geheel kleuren. Je verdeelt het geheel in 3 gelijke delen (noemer) en kleurt er 1 (teller). Welk deel je kleurt maakt niet uit, want het zijn gelijke delen.

- Wat moet je doen met $\frac{1}{3}$? (Verdelen in 2 gelijke delen.)
- Nu moet je dus nog verder verdelen. Neem je lat en verdeel de rechthoek horizontaal in 2 **gelijke delen**. Let erop dat je alle delen halveert, want anders is het **geheel** niet meer in **gelijke delen** verdeeld.
- Kijk nu eens terug naar het $\frac{1}{3}$ dat je hebt gekleurd. Wat valt er op? ($\frac{1}{3} = \frac{2}{6}$). Door het **geheel** verder te verdelen is dit nu verdeeld in 6 **gelijke delen**: je ziet dat $\frac{1}{3} = \frac{2}{6}$.
- Kun je dan nu de helft nemen van $\frac{2}{6}$? (Ja, nu is de **teller** wel deelbaar door de **deler**).
- Hoeveel is dan het **quotiënt** van $\frac{2}{6}$: 2? (Eén van de 6 **gelijke delen** of $\frac{1}{6}$.)

  Je moet opnieuw goed kijken naar het **geheel**. Het **geheel** is hier de rechthoek.
- In hoeveel **gelijke delen** is die verdeeld? (Ik zie dat het **geheel** in 6 **gelijke delen** verdeeld is.) Dat is de **noemer** van het **quotiënt**.
- Hoeveel delen heb ik genomen/gearceerd? (Eén van de 6 **gelijke delen**). De **teller** van het **quotiënt** is dus 1.

JULLIE DOEN HET SAMEN

PowerPoint dia 13.

Je bekijkt de volgende oefening op het bord:

$\frac{2}{5} : 3 =$

De leerlingen maken deze oefening per 2. Ze gebruiken het 'we doen het samen'-werkblad van bijlage 3 waarbij ze de voorstelling gebruiken om de oefening op te lossen.
Laat nadien een leerling op dezelfde manier als hierboven de werkwijze en de oplossing verwoorden. De PPT kan hier ondersteuning bieden.
Leerlingen die het antwoord fout hebben, volgen straks de verlengde instructie.

REKENREGEL AFLEIDEN

PowerPoint dia 14.

- Kijk nu eens goed naar de oplossing van beide delingen.
- Kun je hier een rekenregel in herkennen?
- Wat doe je met de breuk als de **teller** niet deelbaar is door de **deler**? (Ik vervang de breuk door een **gelijkwaardige** breuk waarbij de **teller** wel deelbaar is door de **deler**.)
- Wat doe je dan met onze **gelijkwaardige** breuk? (Je deelt de **teller** door de **deler**, de **noemer** blijft hetzelfde. Indien mogelijk vereenvoudig je het **quotiënt**.)

Panikeer dus niet als de **teller** niet deelbaar is door de **deler**, we vervangen gewoon de breuk door een **gelijkwaardige** breuk waarbij de **teller** wel deelbaar is door de **deler**. Handig, zo moeten we maar één werkwijze onthouden!

Er komt dus 1 stap bij in de werkwijze:

1. Als de **teller** NIET deelbaar is door de **deler**, vervangen we de breuk door een **gelijkwaardige** breuk waarbij de **teller** wél deelbaar is door de **deler**.
2. We delen de **teller** door de **deler**.
3. De **noemer** blijft hetzelfde.
4. We vereenvoudigen het **quotiënt** als het kan.

JULLIE DOEN HET SAMEN

PowerPoint dia 15 en 16.

De volgende twee oefeningen maken de leerlingen per 2 op het werkblad van bijlage 3.
Ze maken een schets zodat ze nadien kunnen verwoorden vanwaar de oplossing komt, rekening houdend met de verwoording zoals bij de vorige twee oefeningen.
Bespreek na op basis van de PPT en wijs de leerlingen opnieuw op de werkwijze.

Differentiatie

PowerPoint dia 17 (Verborgen. Deze kan je inzetten indien je leerlingen hebt die daar klaar voor zijn.)

We kiezen ervoor om het type '**teller** is niet deelbaar door de **deler**' om te bouwen naar het eerder geziene type '**teller** is wel deelbaar door de **deler**'. Dit zorgt ervoor dat leerlingen enkel een extra tussenstap moeten onthouden (breuk vervangen door **gelijkwaardige** breuk waarbij de **teller** wel deelbaar is) en ze verder kunnen steunen op de eerder geziene rekenregel.
Voor het type '**teller** is niet deelbaar' bestaat er echter een afzonderlijke rekenregel, namelijk :

1. Als het kan vereenvoudigen we de breuk.
2. De **teller** blijft hetzelfde.
3. We vermenigvuldigen de **noemer** met de **deler**, dat is de **noemer** van het **quotiënt**.
4. We vereenvoudigen het **quotiënt** als het kan.

We kozen ervoor om deze niet standaard aan te brengen om verwarring te vermijden. Wanneer je klas echter vlot mee is, of je vindt even de tijd om met de rekensterke leerlingen een extra instructiemomentje in te bouwen, dan kan je hen ook deze rekenregel laten ontdekken. Toon de gemaakte oefeningen op bord op de verborgen dia en vraag of er hen iets opvalt. Laat hen gericht kijken naar de **tellers** en **noemers** in de opgave. Zo kan je bovenstaande rekenregel afleiden. Laat die dan toepassen in een oefening die je oplost met het rechthoekmodel. Klopt het?

3. En nu alleen

JE DOET HET ZELF

De leerlingen gaan zelfstandig aan de slag met Bijlage 4: 'Werkblad – Delen met breuken 1 – Ik doe het zelf.' Ze kiezen zelf of ze de oefeningen maken met behulp van een schets of aan de hand van de rekenregel.

Leerlingen die het nog moeilijk hebben sluiten aan bij de mini-klas waar de je extra instructie kan geven. Zij hoeven de oefeningen met de pepers niet te maken.

PowerPoint dia 18 – 23.

Je kan de oefeningen klassikaal verbeteren indien gewenst.
Indien er voor bepaalde oefeningen een klassikale instructie nodig is, kan je daarvoor ook de PPT gebruiken.

Afsluiter

Lesdoel: 2 en 5

Timing: 10 min.

PowerPoint dia 24.

Bekijk samen met de leerlingen de kenniskapstok en bespreek kort de reeds gekende bewerkingen en rekenregels of werkwijzen. Sta ook stil bij de les van vandaag waarbij ze delingen leerden oplossen waarbij de **deler** geen breuk is.

- Welke twee types leerden we vandaag kennen? (Delingen waarbij de **teller** deelbaar is door de **deler** en delingen waarbij de **teller** niet deelbaar is door de **deler**.)

PowerPoint dia 25.

Je toont telkens een deling op het bord. De leerlingen moeten aangeven welk type deling het is.

- Is het een deling waarbij je al kan verdelen (doordat de **teller** deelbaar is door de **deler**)? Steek dan je beide duimen omhoog.
- Is het een deling waarbij je nog verder moet verdelen (en dus eerst je breuk vervangt door een **gelijkwaardige** breuk)? Maak dan de beweging van een schaar.

Toevoegingen aan het lesverloop

Bouwstenen

- Activeer relevante voorkennis
- Geef duidelijke, gestructureerde en uitdagende instructie
- Gebruiken voorbeelden
- Combineer woord en beeld
- Laat leerstof actief verwerken
- Zorg voor afwisseling in de oefentypes
- Leer je leerlingen effectief leren

Observatie

- Observeer de leerlingen tijdens de les goed om na te gaan welke leerlingen het nog moeilijk hebben met de leerstof. Deze leerlingen kan je tijdens de verwerking bij jou nemen in een mini-klas.

Differentiatie

- Leerlingen die het moeilijk hebben met de oefeningen, kunnen bij het zelfstandig werken aansluiten bij de mini-klas.
- Leerlingen of klassen die verder kunnen, kunnen stilstaan bij de extra rekenregel voor delingen waarbij de teller is niet deelbaar door de deler.

Bronnen

- Bronselaer, M. B., De Gendt, J. D. G., De Maesschalck, K., Smits, F. S., Van Den Bulcke, S. V. d. B., Verstocken, T. V., & Vranckx, S. V. (2021). *Wiskunde = Wijs: Inhoud en didactiek voor de lagere school.* (3de editie). Owl Press.
- GO! Pro. (z.d.). Wiskunde - LO. In *GO! Pro Kennisplatform Voor De GO! Professional*. Geraadpleegd op 16 februari 2024, van https://pro.g-o.be/blog/Documents/Wiskunde%20-%20LO.pdf
- Hawrijk, I., Vermeersch, N., Palmaerts, A., Depaepe, F., & Van Roy, P. (2014). *Breuken, kommagetallen en procenten: Een didactiek voor het basisonderwijs*. Acco.
- *Onderwijsdoelen*. (z.d.-b). https://onderwijsdoelen.be/
- OVSG. (z.d.). *LeerLokaal - Wiskunde*. LeerLokaal. Geraadpleegd op 16 februari 2024, van https://leerlokaal.ovsg.be/
- *Selectietool | ZILL*. (z.d.). Selectietool. https://zill-selector.katholiekonderwijs.vlaanderen/#/
- Surma, T., Vanhoyweghen, K., Sluijsmans, D., Camp, G., Muijs, D., & Kirschner, P. (2019). *Wijze lessen : twaalf bouwstenen voor effectieve didactiek*. Ten Brink Uitgevers. https://research.ou.nl/ws/files/12121456/Wijze_Lessen_digitaal_160919_1.pdf